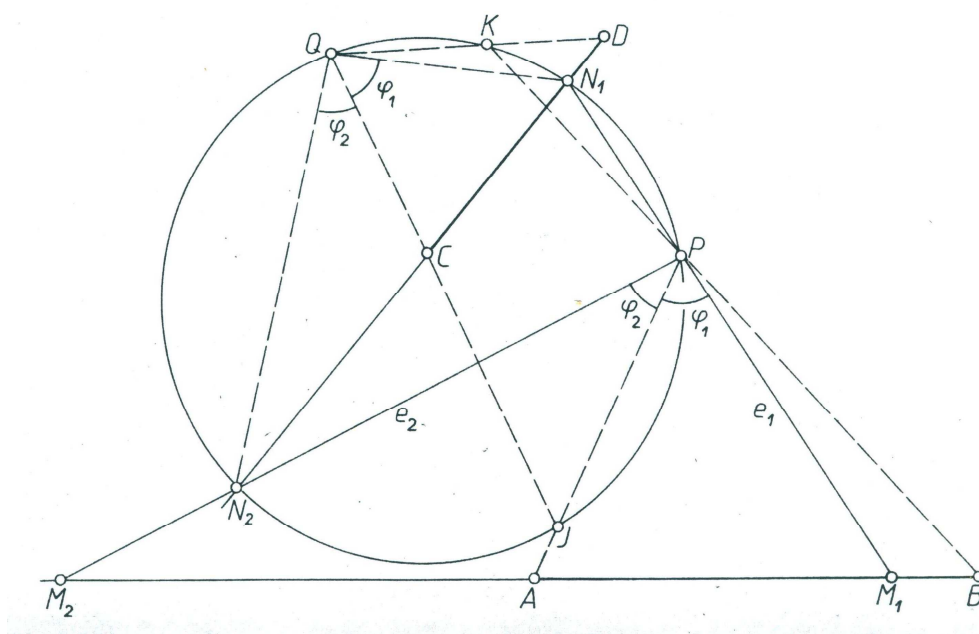


HÁROM EGYENES ADOTT SÍKKAL PÁRHUZAMOS TRANZVERZÁLISA

Hajdu Endre

Bizonytal többeknek feltűnt már, hogy az ábrázoló geometria ismert tankönyvei, jegyzetei milyen röviden intézik el a tranzverzálisok szerkesztésének témakörét. A klasszikus feladaton, a két egyenes normáltranzverzálisának problémáján kívül még egy-két további feladat megtárgyalására kerül sor. Már a három kitérő egyenes adott síkkal párhuzamos tranzverzálisának megszerkesztése is kimarad a tankönyvekből, noha ez a feladat a témakörrel kapcsolatban hamar fölmerül és elvi megoldása világos: két kitérő egyenesnek az adott síkkal párhuzamos tranzverzálisai hiperbolikus paraboloidot alkotnak, ha ennek a felületnek és a harmadik egyenesnek a közös pontját megszerkesztjük, akkor a felületnek a dőféspontot tartalmazó alkotója a keresett tranzverzális. Csak hát éppen a dőféspont megszerkesztésére alkalmas egyszerű módszer hiányzik. Az alábbiakban a három kitérő egyenes adott síkkal párhuzamos tranzverzálisának egy lehetséges – nem túl bonyolult – megoldási módjáról lesz szó.

A. Előkészítésül tekintsük az alábbi geometriai feladatot: adott a síkban AB és CD szakasz, továbbá P pont, szerkesztendő a P ponton átmenő azon e egyenes, mely az adott szakaszok egyeneseit olyan M , ill. N pontokban metszi, melyekkel fennállnak az alábbi osztóviszonyok: $(ABM)=(CDN)$ (1. ábra).

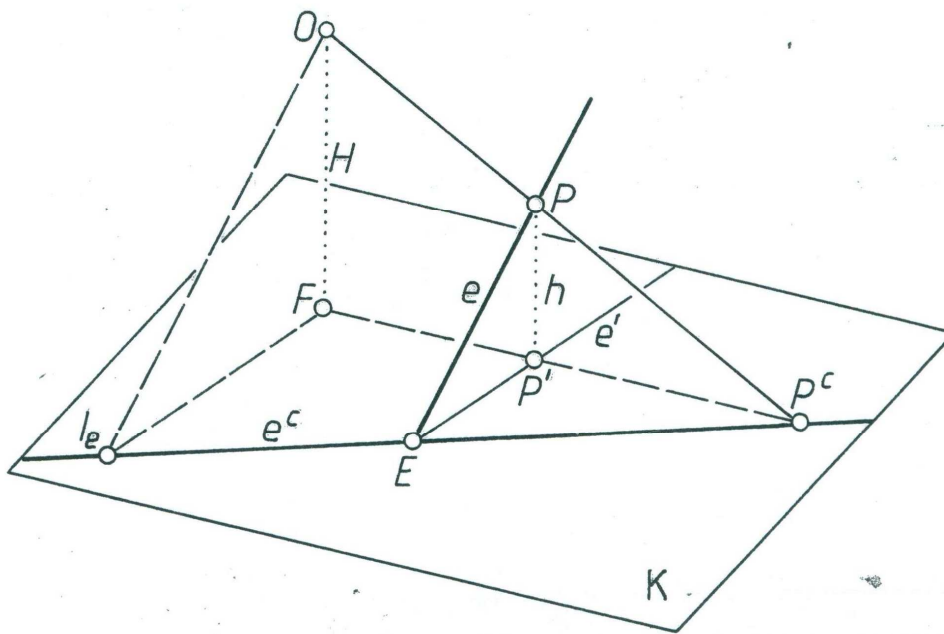


1. ábra

Megoldás.

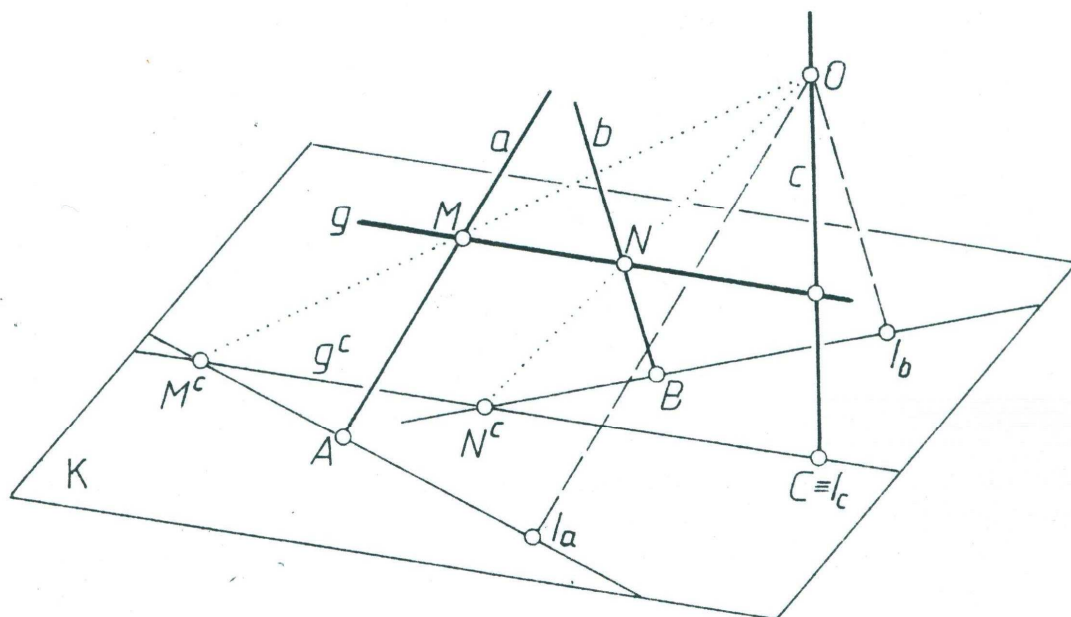
Szerkesszünk a CD szakasz fölé olyan CDQ háromszöget, mely hasonló az ABP háromszöghöz. Ezután jelöljük ki a QC és PA oldalegyenesek J , majd a QD és PB oldalegyenesek K metszéspontját. A $QKPJ$ négyszög húrnégyszög,

B. A három kitérő egyenes adott síkkal párhuzamos transzverzálisának megszerkesztéséhez még egy, a centrális ábrázolásban előforduló tétel felidézésére van szükség, mely szerint egy általános helyzetű egyenes valamely pontja vetületének az egyenes nyompontjától mért távolsága úgy aránylik az iránypontjától mért távolságához, mint a pont képsíktól mért távolsága (képsíkrendezője) a vetítési centrum képsíktávolságához. A tétel igazolása a 2. ábráról rögtön leolvasható: a megfelelő háromszögek hasonlósága alapján rövid számítással belátható, hogy $EP^c/P^cI_e = h/H$. A tételt a képsíkrendezők tételeként említik.



Vizsgáljuk meg ezután a 3. ábrán látható három kitérő egyenes és képsíkkal párhuzamos transzverzálisuk szemléltető képét. Az egyik, az ábrán c-vel jelölt

egyenes O pontjából, mint vetítési centrumból vetítsük centrálisan az a, b, c egyeneseket, valamint a g transzverzális a képsíkra.



3. ábra

A képsíkrendezők tételének értelmében $AM^c/M^cI_a = BN^c/N^cI_b = h(g)/H$, mivel a g egyenes minden

pontjának azonos $h(g)$ a képsíkrendezője. Az imént látottakból az következik, hogy a g egyenes g^c vetülete olyan egyenes, mely

- illeszkedik a c egyenes $C \equiv c^c \equiv I_c$ vetületéhez,
- az a^c és b^c egyeneseket olyan M^c ill. N^c pontban metszi melyekre érvényes a fentebb látott osztóviszony.

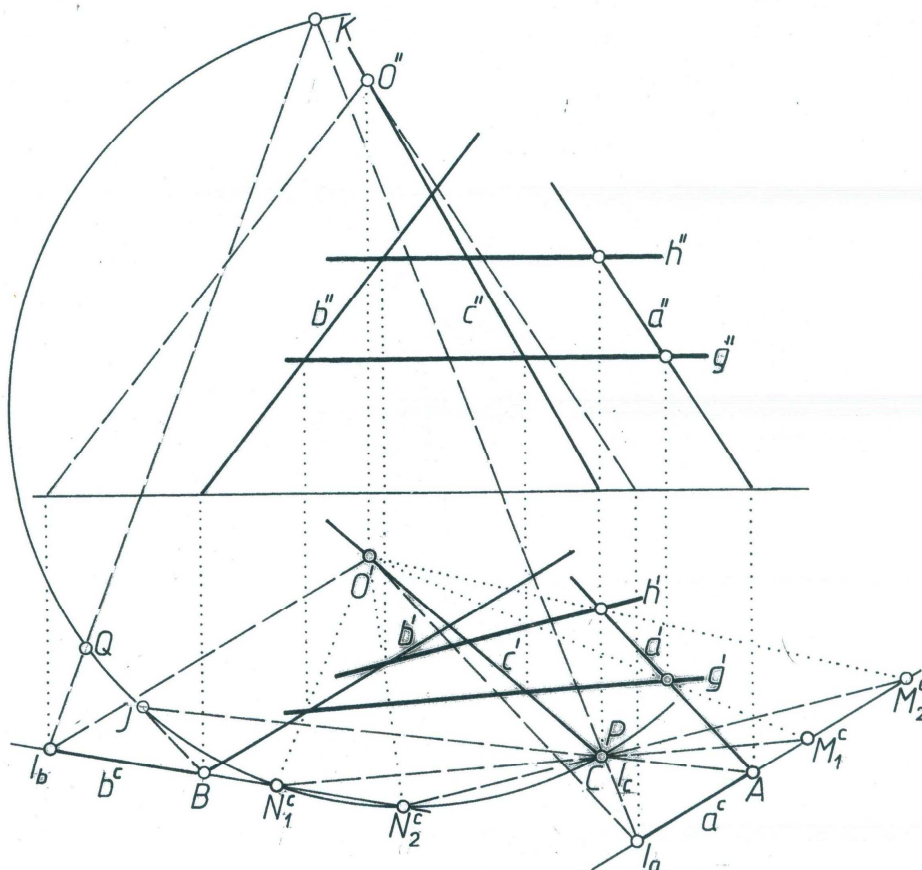
Mivel az ilyen arányt biztosító szerkesztés az A . pontban látottak szerint már ismeretes, megoldhatjuk a feladatot.

A 4. ábra adott a, b, c egyeneseinek keressük a K_1 képsíkkal párhuzamos transzverzálisát. Megjegyzendő, hogy az egyszerűség kedvéért tekintjük az első képsíkot az adott síknak; az általános eset alkalmas transzformációval visszavezethető a tárgyalt esetre.

Az 1. ábrával kapcsolatban elmondottakat követve most az a, c egyenesek első képsíkkal párhuzamos transzverzálisai által alkotott felületnek és az a egyenesnek közös pontját határozzuk meg először.

Ehhez a c egyenes $C \equiv I_c$ pontján át olyan egyenest kell szerkeszteni, mely eleget tesz az 1. ábrával kapcsolatban szereplő osztóviszony-egyenlőségnek, vagyis most az $(AI_aM^c) = (BI_bN^c)$ osztóviszonyt kell biztosítani.

A 1. ábrán látottakat követve $P \equiv C$ jelöléssel élve megszerkesztjük az API_a háromszöghöz hasonló BQI_b háromszöget, majd a P , ill. Q -ból induló háromszög-oldalegyenesek J, K metszéspontját. Az ezeket, valamint a P, Q



4. ábra

pontokat tartalmazó kör a b^c egyenest az N_1^c és N_2^c s pontban metszi, melyeket a C ponttal összekötő egyenesek az a^c egyenesből kimetszik az M_1^c és M_2^c pontot. A most látott pontokat az O vetítési centrummal összekötve nyerjük a keresett g, h transzverzálisok és az adott egyenesek közös pontjait. A g és h transzverzális nullkörrel jelölt pontjai az a egyenes és a b, c egyeneseket tartalmazó hiperbolikus paraboloid közös pontjai.

Irodalom:

Zigány Ferenc: Ábrázoló geometria

2. kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1951.

Hajdu Endre ~ H. Temesvári Ágota: Konstruktív geometria

Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest, 1995.